

Der Theilsche Ungleichheitskoeffizient als ein Gütemaß für die 6. Regionalisierte Bevölkerungsvorausberechnung

Neben der Planung und Durchführung von Bevölkerungsvorausberechnungen ist auch ihre Evaluation eine wichtige Aufgabe des Statistischen Landesamtes. In einer Abweichungsanalyse werden die größten Abweichungen aufgezeigt und in weiteren Schritten umfassend analysiert. Um auch der Frage nachzugehen, ob es sich generell um eine »gute« Prognose handelt, d. h. die Güte der Prognose zu bewerten, wurden in diesem Zusammenhang auch die bisherigen Methoden als solche einer Prüfung unterzogen.

Im folgenden Fachbeitrag werden die unterschiedlichen Methoden zur Evaluierung von Bevölkerungsvorausberechnungen dargestellt sowie Hintergründe zur 6. Regionalisierten Bevölkerungsvorausberechnung (RBV) erläutert. Daran anschließend werden zentrale Ergebnisse der Abweichungsanalyse vorgestellt, Ergebnisse verschiedener Gütemaße miteinander verglichen und ein Fazit gezogen.

Vorbemerkungen

In Anlehnung an die koordinierte Bevölkerungsvorausberechnung des Statistischen Bundesamtes veröffentlicht das Statistische Landesamt des Freistaates Sachsen in regelmäßigen Abständen eine Regionalisierte Bevölkerungsvorausberechnung (RBV) für den Freistaat Sachsen. Dazu werden neben der Übernahme einiger Eckwerte oder ganzer Varianten auch eigene Annahmen entwickelt und für die Berechnungen genutzt. Relevante Indikatoren für die demografische Entwicklung der Gesellschaft sind die Fertilität (Fruchtbarkeit), die Mortalität (Sterblichkeit) und die Wanderungen (Zu- und Fortzüge). Die Mortalität lässt sich relativ valide vorausberechnen. Auch die Geburtenentwicklung ist weniger stark und kurzfristig beeinflussbar und damit berechenbar. Dagegen sind vor allem zukünftige Wanderungsbewegungen schwer absehbar.

Methoden zur Evaluierung von Bevölkerungsvorausberechnungen

Neben der Veröffentlichung einer RBV ist ihre Evaluation von großer Bedeutung. Sie legt Abweichungen offen und ermöglicht eine analytische Auseinandersetzung mit den Gründen für diese Abweichungen. Zur Sicherstellung der Qualität erfolgt in diesem Zusammenhang jährlich eine quantitative Abweichungsanalyse, in der die absoluten und die prozentualen Differenzen zwischen den Prognosewerten und den aktuellen Fortschrei-

bungszahlen ermittelt werden. Dieser Vergleich der prognostizierten mit der tatsächlichen Bevölkerung pro Jahr kann zu den einfachen Prognosegütemaßen gezählt werden [1]. Weitere einfache Prognosegütemaße sind z. B. der *Mittlere Quadratische Fehler* oder der *Mittlere Absolute Fehler* [2]. Das Problem dieser und weiterer einfacher Gütemaße ist jedoch, dass sie kein Qualitätsmaß darstellen, mit dem sich die Güte der Prognose anhand eines einheitlichen Maßstabes einschätzen lässt [3]. Diese Möglichkeit bieten normierte Prognosegütemaße.

Theilscher Ungleichheitskoeffizient

Ein Beispiel ist der *Theilsche Ungleichheitskoeffizient*. Grundgedanke des *Theilschen Ungleichheitskoeffizienten* ist ein Vergleich der Prognosewerte mit der so genannten Naiven Prognose. Mit einer Naiven Prognose ist in diesem Zusammenhang eine Übernahme des letzten realen Fortschreibungswertes für die Folgejahre gemeint [3]. Unterschieden wird in den *Theilschen Ungleichheitskoeffizienten erster Ordnung* und den *Theilschen Ungleichheitskoeffizienten zweiter Ordnung*. Der *Theilsche Ungleichheitskoeffizient zweiter Ordnung* bietet den Vorteil, dass er prinzipiell jeden positiven Wert annehmen kann und nicht auf den Maximalwert 1 wie der *Theilsche Ungleichheitskoeffizient erster Ordnung* beschränkt ist. Ein Wert von 0 entspricht dabei einer perfekten Prognose und bis zu einem Wert von 0,4 kann

von einer Prognose mit guter Qualität gesprochen werden. Ab einem Wert von größer gleich 1 ist die Prognose nicht besser als eine Naive Prognose. Somit ermöglicht der *Theilsche Ungleichheitskoeffizient zweiter Ordnung* im Vergleich zum *Theilschen Ungleichheitskoeffizient erster Ordnung* eine eindeutige Interpretation.

Die Formel des *Theilschen Ungleichheitskoeffizienten zweiter Ordnung* lautet wie folgt:

$$U_2 = \frac{\sqrt{\frac{1}{T-h} \sum_{t=h+1}^T (Pt - At)^2}}{\sqrt{\frac{1}{T-h} \sum_{t=h+1}^T (At)^2}}$$

Darin bedeuten:

U_2 : *Theilscher Ungleichheitskoeffizient zweiter Ordnung*

T : *aktuelles Jahr*

h : *Basisjahr*

Pt : *prognostizierte Änderung der abhängigen Variable (prognostizierter Wert – Fortschreibungswert Basisjahr)*

At : *tatsächlich beobachtete Änderung der abhängigen Variable (aktueller Fortschreibungswert - Fortschreibungswert Basisjahr)*

In der Formel wird der mittlere quadratische Fehler im Zähler ins Verhältnis gesetzt zur mittleren quadratischen Änderung der Fortschreibungswerte, die sich im Nenner befinden. Das führt dazu, dass die Höhe von U_2 nicht nur von der absoluten Abweichung zwischen Prognose- und Fortschreibungswert bestimmt wird, sondern wesentlich auch von der Veränderung der Fortschreibungszahlen zum Vorjahr. Je niedriger die tatsächliche Veränderung in einem Jahr, desto höher auch U_2 , auch wenn in absoluten Zahlen die Prognose näher an den Fortschreibungswerten liegt als die Naive Prognose.

Die Vorteile des *Theilschen Ungleichheitskoeffizienten* sind neben dem impliziten Vergleich mit dem letzten Fortschreibungswert, dass sich positive und negative Abweichungen nicht gegenseitig aufheben. Zu beachten gilt, dass große Fehler in der Formel überproportional gewichtet werden. Durch die Normierung werden zudem Prognosen, ihre einzelnen Parameter oder unterschiedliche Prognosemodelle untereinander vergleichbar. [3]

Die 6. RBV als Basis zur Berechnung der Gütemaße

Für die Evaluation der 6. RBV und in Hinblick auf die Vorbereitung zu einer 7. RBV wurde die Prognosegüte anhand des *Theilschen Ungleichheitskoeffizienten zweiter Ordnung* (ab jetzt nur

Theilscher Ungleichheitskoeffizient bzw. U_2 genannt) ermittelt. Berechnet wurde zum einen U_2 für die Gesamtbevölkerung und für die einzelnen Komponenten - Geburten, Sterbefälle, Zu- und Fortzüge - sowie für den Wanderungssaldo. Zusätzlich wurde U_2 für alle Gemeinden berechnet, um einen möglichen Zusammenhang zwischen Gemeindegröße bzw. Gemeindegrößenklasse und der Zuverlässigkeit der Prognose zu ermitteln.

Die 6. RBV des Freistaates Sachsen, die im Jahre 2016 veröffentlicht wurde, bildet die voraussichtliche Bevölkerung der Jahre 2015 bis 2030 gemäß der getroffenen Annahmen ab. Als Analysezeitraum für die getroffenen Annahmen wurde die Bevölkerungsentwicklung der Jahre 2011 bis 2014 gewählt. Gerechnet wurde in zwei Varianten, wobei sich die 2 Varianten in Bezug auf die Zu- und Fortzüge und den Annahmen zur Fruchtbarkeit unterscheiden. Bei Variante 1 wird von der oberen, bei Variante 2 von der unteren Variante gesprochen. Variante 2 lehnt sich an die Annahmen der 13. koordinierten Bevölkerungsvorausberechnung des Statistischen Bundesamtes an. [4]

Zentrale Ergebnisse der Abweichungsanalyse

Die Ergebnisse der Bevölkerungsfortschreibung der Jahre 2015 bis 2017 liegen innerhalb des aufgespannten Korridors der beiden Varianten der 6. RBV, nähern sich allerdings in ihrem Verlauf der Variante 2 an. [5]

Im Jahre 2017 war die prozentuale Abweichung zu den Fortschreibungszahlen 2,2 Prozent bei Variante 1 und -0,9 Prozent bei Variante 2. Dies spiegelt sich auch in den Werten des *Theilschen Ungleichheitskoeffizienten* wider, indem im Gesamtergebnis die Variante 2 eine bessere Prognosegüte als die Variante 1 aufweist. In den einzelnen Prognoseparametern zeigen sich allerdings differenziertere Ergebnisse.

Tab. 1 Einfache und normierte Prognosegütemaße für die 6. RBV im Jahr 2017

Variante	Abweichung absolut	Abweichung in %	Theilscher Ungleichheitskoeffizient U_2
V1	91 393	2,24	2,39
V2	-35 589	-0,87	1,19

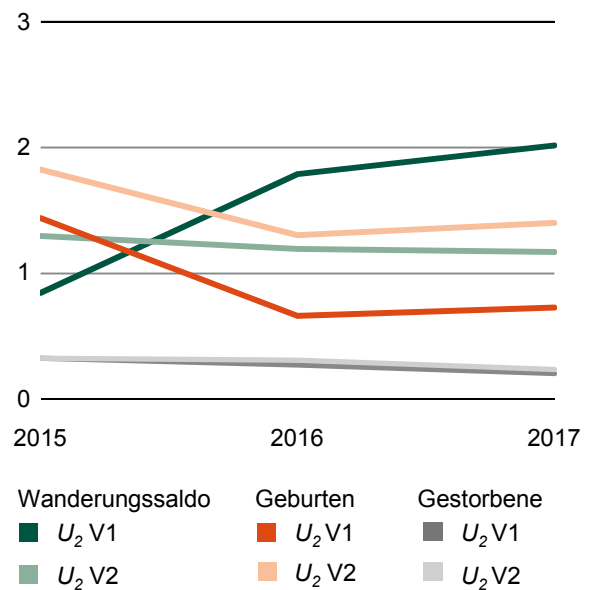
Bei den im Rahmen der Prognose errechneten Geburten zeigt der Vergleich mit den tatsächlichen Geburtenzahlen, dass die 6. RBV insbesondere bei der Variante 2 keine besseren Ergebnisse erzielt als die Naive Prognose. So liegt bei Varian-

te 1 U_2 im Schnitt bei 0,9 und bei Variante 2 bei einem durchschnittlichen Wert von 1,5 (s. Abb. 1). Auch in Hinblick auf die mittlere prozentuale Abweichung in den Jahren 2015 bis 2017 liegt Variante 1 mit durchschnittlich 2,5 Prozent näher an der tatsächlichen Geburtenentwicklung als Variante 2 mit einer mittleren prozentualen Abweichung von 4,6 Prozent. Zu beachten gilt, dass für durchschnittliche absolute wie prozentuale Abweichungen zur Berechnung der Betrag der Abweichung verwendet wird, damit sich negative und positive Werte nicht aufheben. Dadurch handelt es sich bei der durchschnittlichen Abweichung immer um einen positiven Wert, auch wenn die einzelnen Abweichungswerte negativ sind. Bei der Mortalität lässt sich wiederum von einer Prognose mit guter Qualität für beide Varianten sprechen. Hier liegen die Werte für den *Theilschen Ungleichheitskoeffizienten* bei unter 0,4 in den Jahren 2015 bis 2017 (s. Abb. 1). Und auch insbesondere die prozentuale Abweichung mit -0,3 Prozent bzw. -0,5 Prozent im Jahr 2017 kann als gering angesehen werden. Dieses Ergebnis resultiert auch daraus, dass Änderungen in der Mortalität eher langfristig wirken und dadurch Abweichungen von der Vorausberechnung unwahrscheinlicher sind.

In Hinblick auf die Wanderungen stellt die Variante 1 bei den Zuzügen eine Prognose mit guter Qualität dar, während an dieser Stelle die Variante 2 keine besseren Ergebnisse als eine Naive Prognose erzielt. Die Fortzüge betreffend liefern beide Varianten keine besseren Ergebnisse als die Naive Prognose. In Hinblick auf die prozentuale Abweichung sind die Werte bei den Fortzügen in der Variante 1 zwischen 2015 und 2017 im Durchschnitt geringer. Wird der Wanderungssaldo betrachtet, stellt nur im Jahr 2015 die Variante 1 eine bessere Prognose als die Naive Prognose dar. Für die Jahre 2016 und 2017 sind wiederum die Werte der Variante 2 geringer (s. Abb. 1). Dies zeigt sich auch in Hinblick auf die absolute und die prozentuale Abweichung, die für die Variante 2 in den Jahren 2016 und 2017 niedrigere Werte als Variante 1 aufweist. In Abbildung 1 wird zudem deutlich, dass die Vorausberechnungen zu den Wanderungen im Vergleich zu den anderen Parametern - Geburten und Gestorbene - die schlechteste Prognosegüte aufweisen.

Dieser Umstand verdeutlicht, dass es wichtig ist, verschiedene Prognoseparameter in die Evaluation einzubeziehen und auch einzeln zu betrachten. Zusätzlich wurde auch die Prognosegüte der 6. RBV insgesamt für die Jahre 2015, 2016 und 2017 ohne Wanderung berechnet. Der *Theilsche Ungleichheitskoeffizient* gibt hier für beide Varian-

Abb. 1 Theilscher Ungleichheitskoeffizient 6. RBV



ten an, dass es sich um eine Prognose von guter Qualität handelt.

Dies bestätigt, dass sich vor allem zu den Wanderungen schwerer Annahmen treffen lassen und diese bei gegenläufigen oder extremen Entwicklungen (wie z. B. der Zuzug von Schutzsuchenden in den Jahren 2015 und 2016) die Prognosegüte insgesamt negativ beeinflussen können. Außerdem können sich Wanderungsströme auf die Geburtenentwicklung auswirken. Durch die Zuwanderung junger Frauen im gebärfähigen Alter können sich beispielsweise kurzfristig die Geburtenzahlen erhöhen wie im Jahr 2016.

Ergebnisse des U_2 nach Gemeindegrößenklassen

In Hinblick auf die Ergebnisse von U_2 nach Gemeindegrößenklassen zeigen sich bei Variante 1 vor allem für die kleineren Gemeinden häufiger Werte, die über 1 liegen und somit die Prognose nicht besser als eine Naive Prognose ist. So sind für 90,51 Prozent der Gemeinden unter 5 000 Einwohnern Werte von U_2 größer als 1. In allen größeren Gemeinden ist dieser prozentuale Anteil geringer und der prozentuale Anteil von Werten für U_2 unter 0,5 höher. Bei der Gemeindegrößenklasse von 50 000 bis unter 100 000 und 100 000 und mehr Einwohnern weisen z. B. 66,7 bzw. 33,3 Prozent der Gemeinden Werte von U_2 auf, die unter 0,5 liegen. Auch die prozentuale Abweichung der absoluten Einwohnerzahlen ist für kleinere Gemeinden durchschnittlich höher als für größere. So ist beispielsweise für Gemeinden unter 5 000 Einwohnern die durchschnittliche prozentuale Abwei-

Tab. 2 Prognosegütemaße für die vorausberechnete Bevölkerung für 2017 der 6. RBV, Variante 1 nach Gemeindegrößenklassen

Prognosegütemaße	Gemeindegröße von ... bis unter ... Einwohner/innen					
	unter 5 000	5 000 - 15 000	15 000 - 25 000	25 000 - 50 000	50 000 - 100 000	100 000 und mehr
Einfache Prognosegütemaße						
durchschnittliche Abweichung absolut	88	204	423	754	975	8 367
durchschnittliche Abweichung in %	3,7	2,6	2,4	2,1	1,3	1,7
Theilscher Ungleichheitskoeffizient						
	Anzahl der Gemeinden mit U_2					
unter 0,5	2	8	3	2	2	1
0,5 bis unter 1,0	22	25	6	3	-	1
1,0 und mehr	229	93	17	5	1	1
	Anteil der Gemeinden mit U_2 in %					
unter 0,5	0,8	6,3	11,5	20,0	66,7	33,3
0,5 bis unter 1,0	8,7	19,8	23,1	30,0	-	33,3
1,0 und mehr	90,5	73,8	65,4	50,0	33,3	33,3

chung 3,7 Prozent, für alle anderen Größenklassen liegt sie unter 3 Prozent und für die Größenklasse der 50 000 bis 100 000 sowie 100 000 und mehr Einwohnern sogar jeweils unter 2 Prozent. Diese Werte zeigen deutlich, dass die Prognosesicherheit mit steigender Einwohnerzahl zunimmt und dadurch auch die Prognosegüte verbessert wird. Zurückführen lässt sich dies u. a. darauf, dass sich bei Gemeinden mit geringen Einwohnerzahlen demografische und externe Veränderungen wie z. B. die Schließung eines Betriebes und einen dadurch unter Umständen bedingten Bevölkerungszug viel stärker auf die Gesamtbevölkerungszahl auswirken. Da die Vorausberechnung auch nicht für jede Gemeinde einzeln, sondern innerhalb von Gebietstypen erfolgt, ist eine noch kleinräumigere Veröffentlichung von Bevölkerungsergebnissen nicht sinnvoll. Ausführlichere Informationen sind unter dem im Literatur- und Quellenverzeichnis aufgeführten Link unter [4] zu finden.

Zusammenfassend lässt sich feststellen, dass es Unterschiede zwischen den Ergebnissen der einfachen und der normierten Prognosegütemaße gibt und es deswegen sinnvoll erscheint, mehrere Maße für eine umfassende Abweichungsanalyse zu nutzen. Insbesondere für eine erste Einschätzung der Genauigkeit einer Vorausberechnung und vor allem um festzustellen, ob die tatsächlichen Werte innerhalb des vorausberechneten Korridors liegen, empfiehlt sich die Nutzung einfacher Prognosegütemaße. Um schließlich darüber hinaus zu überprüfen, ob es sich insgesamt um eine valide

Prognose handelt, indem sie besser als eine Naive Prognose ist, können normierte Prognosegütemaße wie der *Theilsche Ungleichheitskoeffizient* genutzt werden. Dieser sollte jedoch aufgrund seiner Berechnungsgrundlage als zusätzliches und nicht ausschließliches Gütemaß verwendet werden. Die gewonnenen Erkenntnisse zu den Abweichungen werden bei der Konzipierung der nächsten RBV Beachtung finden.

Literatur- und Quellenverzeichnis

- [1] Jungmichel, Berit: Qualitätssicherung bei Bevölkerungsprognosen – Untersuchungen zur Prognosegüte am Beispiel der Regionalisierten Bevölkerungsprognose für den Freistaat Sachsen. Diplomarbeit 2009, Zittau.
- [2] Bohk, Christina: Ein probabilistisches Bevölkerungsmodell – Entwicklung und Anwendung für Deutschland. In: Springer VS, Wiesbaden 2012. S. 155 - 173.
- [3] Andres, Peter; Spiwoks, Markus: Prognosequalitätsmatrix – Ein methodologischer Beitrag zur Beurteilung der Güte von Kapitalmarktprognosen. In: Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Lucius & Lucius 1999, Stuttgart. Bd.(Vol.) 219/5+6. S. 39 - 44.
- [4] Nähere Informationen zur Methodik, den Annahmen sowie die Ergebnisse sind in unserem Sonderheft zur 6. RBV verfügbar unter: https://www.statistik.sachsen.de/download/300_Voe-Faltblatt/SH_6_RBV_2017_SN.pdf
- [5] Medieninformation zum Zwischenbericht zur 6. RBV des Freistaates Sachsen unter: <https://www.medien-service.sachsen.de/medien/news/222963/assets?page=1>

Zeichenerklärung

- Nichts vorhanden (genau Null)
- 0 weniger als die Hälfte von 1 in der letzten besetzten Stelle, jedoch mehr als nichts
- ... Angabe fällt später an
- / Zahlenwert nicht sicher genug
- . Zahlenwert unbekannt oder geheim zu halten
- x Tabellenfach gesperrt, weil Aussage nicht sinnvoll
- () Aussagewert ist eingeschränkt
- p vorläufige Zahl
- r berichtigte Zahl
- s geschätzte Zahl